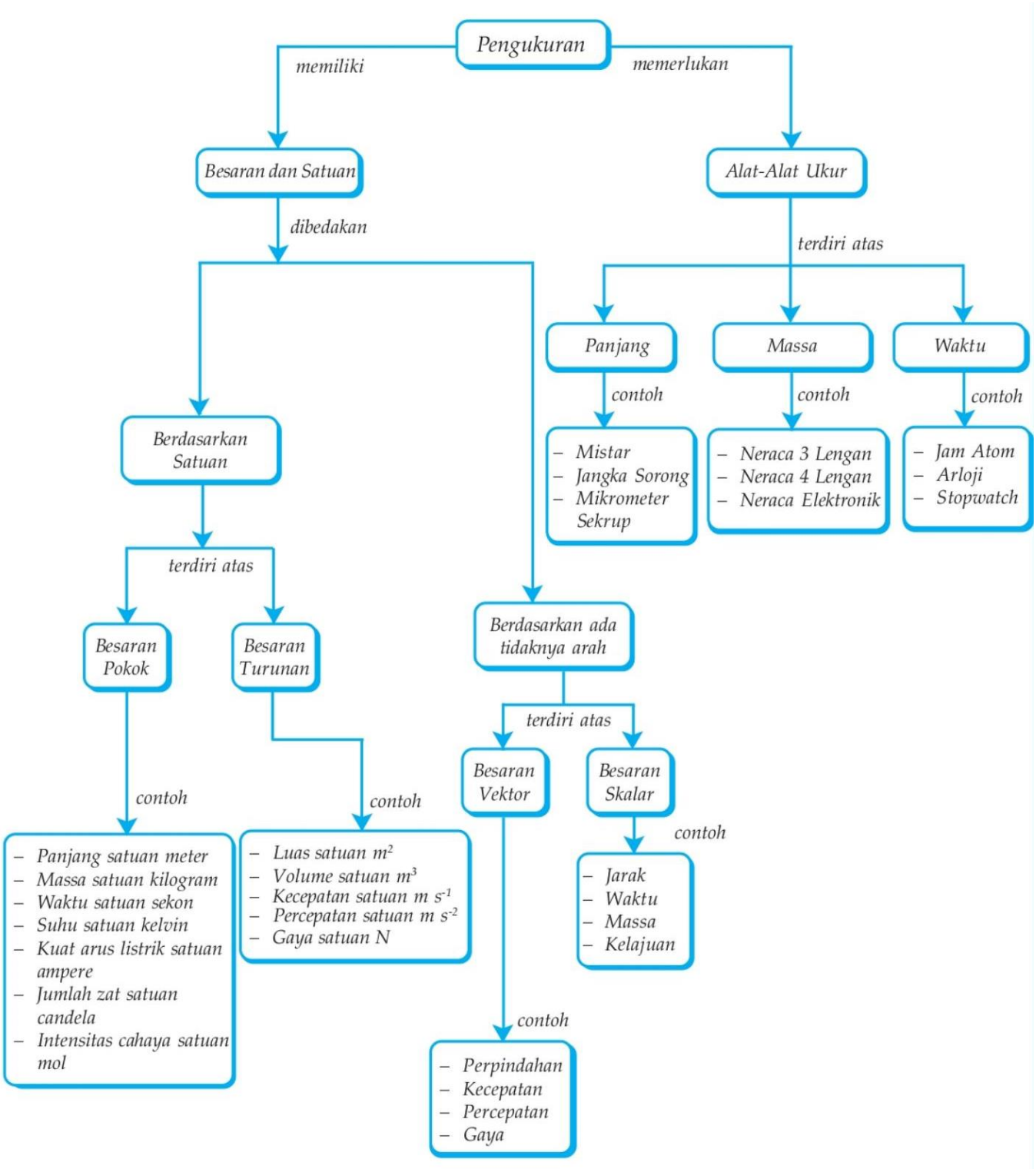
PENGUKURAN

Pengukuran adalah menentukan nilai suatu besaran, dimensi, atau kapasitas terhadap suatu standar satuan ukur. Pengukuran bertujuan untuk mendapatkan data berupa besaran dan satuan dari suatu objek yang diukur.

Berikut adalah gambar adalah peta konsep dari pengukuran.



Sebagai contoh ilustrasi, dalam membuat pesawat dibutuhkan pengukuran dengan akurasi dan tingkat presisi yang tinggi. Kesalahan pengukuran sedikit saja dalam pembuatannya, dapat berakibat fatal pada fungsinya dan bencana.

Untuk mendapatkan hasil pengukuran yang tepat dapat dilakukan langkah-langkah seperti berikut :

1. Memilih alat yang lebih peka dan tepat ukurannya sesuai standar internasional.
2. Lakukan kalibrasi alat ukur sebelum digunakan.
   Kalibrasi adalah proses pemeriksaan dan pengaturan akurasi alat ukur sesuai dengan standar alat ukur yang digunakan. Kalibrasi alat ukur perlu dilakukan agar alat ukur memiliki kondisi awal dalam keadaan nol. Contoh: Timbangan, AVO Meter.
3. Mengamati dengan posisi yang tepat.
   Lingkungan tempat pengukuran dapat mempengaruhi hasil pembacaan. Misalnya banyaknya cahaya yang masuk. Gunakan cahaya yang cukup untuk pengukuran.
4. Tentukan angka taksiran yang tepat.

Besaran dan Satuan

Besaran dalam fisika diartikan sebagai sesuatu yang dapat diukur, memiliki nilai dan memiliki satuan. Satuan adalah sesuatu yang dapat digunakan sebagai pembanding dalam pengukuran. **Besaran pokok** adalah satuan besaran asli yang dihasilkan dari hasil pengukuran dan pengamatan. **Besaran turunan** adalah satuan besaran yang merupakan turunan dari hasil perhitungan besaran pokok. Contoh besaran pokok adalah sebagai berikut : *panjang, massa, waktu, suhu, kuat arus listrik, intensitas cahaya, jumlah zat, dll*. Contoh besaran turunan adalah sebagai berikut : *volume, massa jenis, kecepatan, dll*.

Satuan dalam pengukuran dibedakan menjadi dua jenis, yaitu **Satuan Baku** dan **Satuan Tidak Baku**.

1. Satuan tidak baku.
   Satuan tidak baku adalah satuan yang tidak dapat dijadikan acuan dalam pengukuran secara ilmiah. Jika dilakukan pengukuran menggunakan satuan tidak baku, maka kebanyakan menghasilkan hasil yang berbeda antar tiap orang. Contoh satuan tidak baku:
   a. *Satuan hasta/jengkal/atau depa untuk mengukur besaran panjang.*
   b. *Satuan mayam atau entik untuk mengukur besaran massa.*
   c. *Satuan tumbak atau bahu untuk mengukur besaran luas.*
   d. *Botol/gelas/atau ember untuk mengukur besaran volume.*
2. Satuan baku.
   Satuan baku adalah satuan yang dapat dijadikan acuan dalam pengukuran secara ilmiah dan telah ditetapkan sebagai standar pengukuran secara internasional. Contoh satuan baku, antara lain:
   a. ***Meter*** *untuk mengukur besaran panjang, dengan simbol satuan* ***m****.*
   b. ***Gram*** *untuk mengukur besaran massa, dengan simbol satuan* ***g****.*
   c. ***Kg/m^3*** *untuk mengukur besaran massa jenis.*
   d. ***Second*** *atau detik untuk mengukur besaran waktu, dengan simbol satuan* ***s****.*
   e. ***Liter*** *untuk mengukur besaran volume, dengan simbol satuan* ***l****.*
   f. ***Celsius/Fahrenheit/Reamur/****atau* ***Kelvin*** *untuk mengukur besaran suhu.*
   g. ***Ampere*** *untuk mengukur besaran kuat arus listrik, dengan simbol satuan* ***A****.*
   h. ***Candela*** *untuk mengukur besaran intensitas cahaya.*
   i. ***Mole*** *untuk menghitung jumlah zat, dll.*

   Ada 2 ciri utama dalam satuan baku, antara lain:
   a. Memiliki Nilai Tetap.
   b. Dapat Dikonversi Ke Satuan Lainnya.

Dimensi

Dimensi adalah simbol yang dimiliki oleh besaran. Dimensi pada besaran pokok dan turunan dibagi menjadi beberapa macam, antara lain:

Besaran	Satuan	Jenis Besaran	Dimensi
Massa	Kilogram (kg)	Pokok	[M]
Panjang	Meter (m)	Pokok	[L]
Waktu	Second (s)	Pokok	[T]
Suhu	Kelvin (K)	Pokok	[θ]
Kuat arus listrik	Ampere (A)	Pokok	[I]
Intensitas cahaya	Candela (cd)	Pokok	[J]
Jumlah zat	mol	Pokok	[N]
Luas	Meter persegi (m^2)	Turunan	$[L^2]$
Volume	Meter kubik (m^3)	Turunan	$[L^3]$
Massa jenis	kg/m^3	Turunan	$[M/L^3]$ atau $[ML^{-3}]$
Kecepatan	m/s	Turunan	$[L/T^2]$ atau $[LT^{-2}]$
Gaya	Newton (N atau kg m/s^2)	Turunan	$[ML/T^2]$ atau $[MLT^{-2}]$
Usaha dan energi	Joule (J atau kg m^2/s^2)	Turunan	$[ML^2/T^2]$ atau $[ML^2T^{-2}]$
Tekanan	Pascal (Pa atau N/m^2)	Turunan	$[M/LT^2]$ atau $[ML^{-1}T^{-2}]$
Daya	Watt (W atau J/s)	Turunan	$[ML^2/T^3]$ atau $[ML^2T^{-3}]$

Dimensi mempunyai dua kegunaan, yaitu untuk *menentukan satuan dari suatu besaran turunan dengan cara analisis dimensional* dan *menunjukkan kesetaraan beberapa besaran yang sepintas tampak berbeda*. **Analisis dimensional** adalah suatu cara untuk menentukan satuan dari suatu besaran turunan, dengan cara memerhatikan dimensi besaran tersebut.

Instrumen Pengukuran

Instrumen pengukuran adalah alat yang digunakan untuk mengukur dan menentukan besaran suatu bidang sesuai dengan jenis instrumen yang diukur. Jenis-jenis instrumen pengukuran adalah sebagai berikut: alat ukur panjang, alat ukur massa, alat ukur waktu, dll.

Contoh alat-alat yang digunakan pada instrumen pengukuran.

Instrumen	Alat
Alat ukur panjang.	Penggaris, jangka sorong, mikrometer sekrup.
Alat ukur massa.	Neraca, timbangan, dll.
Alat ukur waktu	Jam, stopwatch, timer, dll.

Ketidakpastian Pengukuran

Secara umum penyebab ketidakpastian hasil pengukuran ada tiga, yaitu kesalahan umum, kesalahan sistematik, dan kesalahan acak.

1. Kesalahan umum.
   Kesalahan umum adalah kesalahan yang disebabkan keterbatasan pengamat saat mengukur. Hal ini dapat disebabkan saat membaca ukuran dengan skala yang terlalu kecil, atau kurang terampilnya pengamat dalam menyusun dan memakai alat, terutama alat yang melibatkan banyak komponen.
2. Kesalahan sistematik.
   Kesalahan sistematik merupakan kesalahan yang disebabkan oleh alat yang digunakan atau lingkungan di sekitar alat yang memengaruhi kinerja alat. Misalnya: *kesalahan kalibrasi, kesalahan titik nol, kesalahan komponen alat atau kerusakan alat, kesalahan paralaks, perubahan suhu, dan kelembaban.*
   a. **Kesalahan kalibrasi.**
      Kesalahan kalibrasi terjadi karena pemberian nilai skala saat pembacaan atau kalibrasi (standarisasi) tidak tepat. Hal ini mengakibatkan pembacaan hasil pengukuran menjadi lebih besar atau lebih kecil dari nilai sebenarnya. Kesalahan ini dapat diatasi dengan mengkalibrasi ulang alat menggunakan alat yang telah terstandarisasi.

b. **Kesalahan titik nol.**

   Kesalahan titik nol terjadi karena titik nol skala pada alat dengan jarum penunjuk tidak tepat atau jarum penunjuk tidak bisa kembali dengan tepat pada skala nol. Akibatnya, hasil pengukuran mengalami penambahan atau pengurangan sesuai dengan selisih dari skala nol semestinya. Kesalahan titik nol dapat diatasi dengan melakukan koreksi pada penulisan hasil pengukuran.

c. **Kerusakan alat.**

d. **Kesalahan paralaks.**

   Kesalahan paralaks terjadi bila ada jarak antara jarum penunjuk dengan garis-garis skala dan posisi mata pengamat tidak tegak lurus dengan jarum.

3. Kesalahan acak.

   Kesalahan acak adalah kesalahaan yang terjadi karena adanya fluktuasi halus pada saat melakukan pengukuran. Kesalahan ini dapat disebabkan karena adanya *gerak brown molekul udara, fluktuasi tegangan listrik, landasan bergetar, bising, dan radiasi*.

   a. **Gerak brown molekul udara.**

      Molekul udara seperti Anda ketahui keadaannya selalu bergerak secara tidak teratur atau rambang. Gerak ini dapat mengalami fluktuasi yang sangat cepat dan menyebabkan jarum penunjuk yang sangat halus seperti pada mikrogalvanometer terganggu karena tumbukan dengan molekul udara.

   b. **Fluktuasi tegangan listrik.**

      Tegangan listrik PLN atau sumber tegangan lain seperti aki dan baterai selalu mengalami perubahan kecil yang tidak teratur dan cepat sehingga menghasilkan data pengukuran besaran listrik yang tidak konsisten.

   c. **Landasan bergetar.**

      Getaran pada landasan tempat alat berada dapat berakibat pembacaan skala yang berbeda, terutama alat yang sensitif terhadap gerak. Alat seperti seismograf butuh tempat yang stabil dan tidak bergetar. Jika landasannya bergetar, maka akan berpengaruh pada penunjukkan skala pada saat terjadi gempa bumi.

   d. **Bising.**

      Bising merupakan gangguan yang selalu Anda jumpai pada alat elektronik. Gangguan ini dapat berupa fluktuasi yang cepat pada tegangan akibat dari komponen alat bersuhu.

   e. **Radiasi.**

      Radiasi gelombang elektromagnetik dapat mengganggu pembacaan dan menganggu operasional alat. Misalnya, ponsel tidak boleh digunakan di SPBU dan pesawat karena bisa mengganggu alat ukur dalam SPBU atau pesawat. Gangguan ini dikarenakan gelombang elektromagnetik pada telepon seluler dapat mengasilkan gelombang radiasi yang mengacaukan alat ukur pada SPBU atau pesawat.

Ada banyak faktor kemungkinan terjadinya kesalahan saat pengukuran, sehingga tidak memungkinkan mendapatkan hasil pengukuran yang tepat. Karena itu, ketidakpastiannya perlu dituliskan setiap kali melaporkan hasil pengukuran.

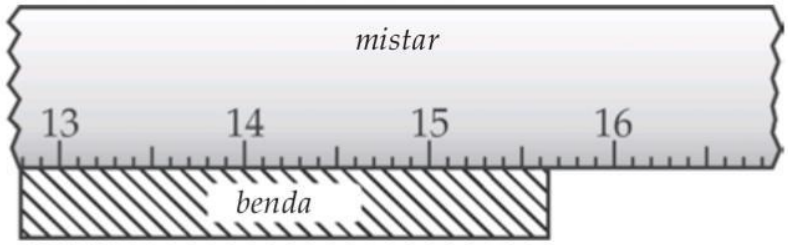
Untuk melaporkan hasil ketidakpastian saat pengukuran dapat menggunakan cara penulisan $x = (x_0 \pm \Delta x)$, dengan x merupakan nilai pendekatan hasil pengukuran terhadap nilai yang benar, x_0 merupakan nilai hasil pengukuran, dan x merupakan angka taksiran ketidakpastiannya. Didalam ketidakpastian ada yang dinamakan *Ketidakpastian pada Pengukuran Tunggal* dan *Ketidakpastian pada Pengukuran Berulang*.

1. Ketidakpastian pada Pengukuran Tunggal

   Pengukuran tunggal merupakan pengukuran yang hanya dilakukan sekali saja. Pada pengukuran tunggal, nilai yang dijadikan pengganti nilai benar adalah hasil pengukuran itu sendiri. Sedangkan ketidakpastiannya diperoleh dari setengah nilai skala terkecil instrumen yang digunakan.

   Contoh :

   Pada gambar dibawah ini, benda diukur menggunakan penggaris. Ukuran benda tersebut dengan pembulatan berukuran 15,6 cm. Berapa nilai hasil mendekati benar dan nilai ketidakpastiannya?



   Jawab:

   Diketahui nilai terkecil dari penggaris adalah 1 mm, maka

   $\Delta x = \frac{1}{2} \times 1\ mm = 0{,}5\ mm = 0{,}05\ cm.$

   $x = x_0 \pm \Delta x$

   $= (16{,}5 \pm 0{,}05)\ cm$

   Keterangan :

   x : nilai pendekatan hasil pengukuran.

   x_0 : hasil pengukuran yang mendekati nilai benar.

   Δx : ketidakpastian pengukuran

2. Ketidakpastian pada Pengukuran Berulang

Agar mendapatkan hasil pengukuran yang akurat, maka perlu melakukan pengukuran secara berulang. Pada pengukuran berulang Anda akan mendapatkan hasil pengukuran sebanyak N kali. Berdasarkan analisis statistik, nilai terbaik untuk menggantikan nilai benar x_0 adalah nilai rata-rata dari data yang diperoleh (x_0). Sedangkan untuk nilai ketidakpastiannya (Δx) dapat digantikan oleh nilai simpangan baku nilai rata-rata sampel. Secara matematis dapat ditulis sebagai berikut.

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ \ldots + x_n}{N} = \frac{\sum x_i}{N}$$

$$\Delta x = \frac{1}{N}\sqrt{\frac{N\ \sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}{N-1}}$$

Keterangan :

x : nilai pendekatan hasil pengukuran.

x_0 : hasil pengukuran yang mendekati nilai benar.

Δx : ketidakpastian pengukuran

Pada pengukuran tunggal nilai ketidakpastiannya (Δx) disebut ketidakpastian mutlak. Makin kecil ketidakpastian mutlak yang dicapai pada pengukuran tunggal, maka hasil pengukurannya pun makin mendekati kebenaran. Nilai ketidakpastian tersebut juga menentukan banyaknya angka yang boleh disertakan pada laporan hasil pengukuran.

Menentukan banyaknya angka yang boleh disertakan pada pengukuran berulang adalah dengan mencari ketidakpastian relatif pengukuran berulang tersebut. Ketidakpastian relatif dapat ditentukan dengan membagi ketidakpastian pengukuran dengan nilai rata-rata pengukuran. Secara matematis dapat ditulis sebagai berikut.

$$\text{ketidakpastian relatif} = \frac{\Delta x}{x_0} \times 100\%$$

Setelah mengetahui ketidakpastian relatifnya, cari banyaknya angka yang boleh disertakan dalam laporan hasil pengukuran berulang. Aturan banyaknya angka yang dapat dilaporkan dalam pengukuran berulang adalah sebagai berikut.

1. Ketidakpastian relatif 10% berhak atas dua angka.
2. Ketidakpastian relatif 1% berhak atas tiga angka.
3. Ketidakpastian relatif 0,1% berhak atas empat angka.

Contoh :

Suatu pengukuran berulang massa sebuah benda menghasilkan data sebagai berikut: 12,5 g; 12,3 g; 12,8 g; 12,4 g; 12,9 g; dan12,6 g. Laporkan hasil pengukuran berulang tersebut lengkap dengan ketidakpastiannya.

Jawab:

Percobaan ke-	x_i **(gram)**	x_i^2 **(gram)**
1	12,3	151,29
2	12,4	153,76
3	12,5	156,25
4	12,6	158,76
5	12,8	163,84
6	12,9	166,41
$\sum N = 6$	$\sum x_i = 75{,}50$	$\sum x_i^2 = 950{,}31$

$$x_0 = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{75,50}{6} = 12{,}5833\ g$$

$$\Delta x = \frac{1}{N}\sqrt{\frac{N\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{N-1}}$$

$$= \frac{1}{6}\sqrt{\frac{6\,(950{,}31) - (75{,}50)^2}{6-1}}$$

$$= \frac{1}{6}\sqrt{\frac{5701{,}86 - 5700{,}25}{5}}$$

$$= \frac{1}{6}\sqrt{\frac{5701{,}86 - 5700{,}25}{5}}$$

$$= \frac{1}{6}\sqrt{\frac{1{,}61}{5}}$$

$$= \frac{1}{6} \times 0{,}32$$

$$= 0{,}09\ g$$

$$\text{ketidakpastian relatif} = \frac{\Delta x}{x_0} \times 100\%$$

$$= \frac{0{,}09}{12{,}5833} \times 100\%$$

$$= 0{,}7\ \%$$

$$x = x_0 \pm \Delta x$$

$$= (12{,}5833 \pm 0{,}09)\ cm$$

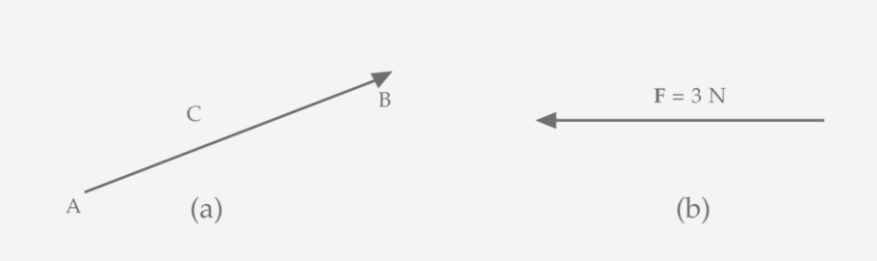
Besaran Vektor

besaran dalam fisika dapat dikelompokkan berdasarkan ada tidaknya arah, yaitu *besaran skalar* dan *besaran vektor*. **Besaran skalar** adalah besaran yang selalu bernilai positif dan hanya mempunyai nilai atau besaran saja. Contoh besaran skalar antara lain: *massa, panjang, waktu, volume, energi, dan muatan listrik*. **Besaran vektor** adalah besaran yang mempunyai nilai besaran dan arah. Contoh besaran vektor antara lain: *perpindahan, kecepatan, percepatan, momentum, dan gaya*.

Penulisan dan Penggambaran Vektor

Sebuah vektor dalam buku cetakan biasanya dinyatakan dalam lambang huruf besar yang dicetak tebal (bold), misal: A, B, atau R. Untuk tulisan tangan sebuah vektor dilambangkan dengan sebuah huruf kecil yang diberi tanda anak panah di atasnya, misalnya: $\underset{a}{\rightarrow}, \underset{b}{\rightarrow}$, atau $\underset{r}{\rightarrow}$.

Sebuah vektor digambarkan dengan anak panah yang terdiri atas pangkal dan ujung. Panjang anak panah menyatakan besar vektor, sedangkan arah anak panah menyatakan arah vektor (dari pangkal ke ujung).



a. gambar vektor C, *b. gambar vektor gaya F.*

Pada Gambar a diatas, telah ditunjukkan vektor C dengan titik tangkap atau pangkal A menuju titik B, dan besar vektor diwakili panjang anak panah. Sedangkan Gambar b, merupakan vektor yang menyatakan sebuah gaya F sebesar 3 N dan memiliki arah ke kiri. Dua buah vektor dikatakan sama apabila besar dan arahnya sama. Sebuah vektor dikatakan negatif apabila mempunyai arah berlawanan dengan vektor acuan.

Menguraikan Vektor

Sebuah vektor dapat diuraikan menjadi dua buah vektor atau lebih.

1. **Menentukan Komponen Sebuah Vektor jika *Besar dan Arahnya Diketahui*.**
   Vektor komponen adalah dua buah vektor atau lebih yang menyusun sebuah vektor. Setiap vektor dapat diuraikan menjadi dua buah vektor yang saling tegak lurus.

   Misalkan, diketahui sebuah vektor F yang dapat diuraikan menjadi vektor komponen pada sumbu x, yaitu F_x dan vektor komponen pada sumbu y, yaitu F_y. Jika sudut antara vektor F dengan sumbu x positif adalah θ, maka besar vektor komponen F_x dan F_y dapat anda peroleh dengan menggunakan persamaan sinus dan kosinus sebagai berikut:

$$F_x = F \cdot \cos\theta$$
$$F_y = F \cdot \sin\theta$$

Contoh:

Tentukan besar komponen-komponen vektor dari sebuah vektor gaya sebesar 20 N pada arah 60° terhadap sumbu *x* positif!

Jawab:

$$F_x = F \cdot \cos\theta$$
$$= 20 \cdot \cos 60°$$
$$= 20 \cdot 0{,}5$$
$$= 10 \text{ N}$$

$$F_y = F \cdot \sin\theta$$
$$= 20 \cdot \sin 60°$$
$$= 20 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}$$
$$= 10\sqrt{3}\ N$$

Kesimpulan : $F_x = 10$ N, $F_y = 10\sqrt{3}$ N

2. **Menentukan Besar dan Arah Sebuah Vektor Jika *Kedua Vektor Komponennya Diketahui***.

   Misalkan, jika komponen-komponen vektor F adalah F_x dan F_y, maka besar vektor F dapat ditentukan dengan menggunakan Pitagoras pada segitiga siku-siku. Arah vektor tersebut dapat ditentukan dengan menggunakan perbandingan trigonometri tangen.

Besar vektor F :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

Arah vektor F :

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x}$$

Untuk menentukan arah vektor (sudut yang dibentuk terhadap sumbu *x* positif) perhatikan tanda F_x dan F_y, tanda tersebut akan membantu menentukan kuadran dalam vektor koordinat.

Kuadran	I	II	III	IV
F_x	+	-	-	+
F_y	+	+	-	-

Contoh:

Tentukan besar dan arah vektor gaya F, jika diketahui vektor komponennya sebesar 8 N dan 6 N.

Jawab:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$
$$= \sqrt{8^2 + 6^2}$$
$$= \sqrt{64 + 36}$$
$$= \sqrt{100}$$
$$= 10 \text{ N}$$

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x}$$
$$\tan\theta = \frac{8}{6}$$
$$\theta = 36{,}98°$$

Kesimpulan : $F = 10$ N, $\theta = 36{,}98°$

Penjumlahan Vektor

Beberapa vektor dapat dijumlahkan atau dikurangkan menjadi sebuah vektor yang disebut hasil vektor. Hasil vektor dapat diperoleh dengan beberapa metode, yaitu *metode segitiga, metode jajargenjang, metode poligon, dan metode analitis*. Dari ketiga metode tersebut, hanya ada satu rumus yang biasa digunakan dalam penjumlahan.

Rumus penjumlahan:

$$\mathbf{R} = \sqrt{\mathbf{A^2 + B^2 + 2AB\ \cos\theta}}$$

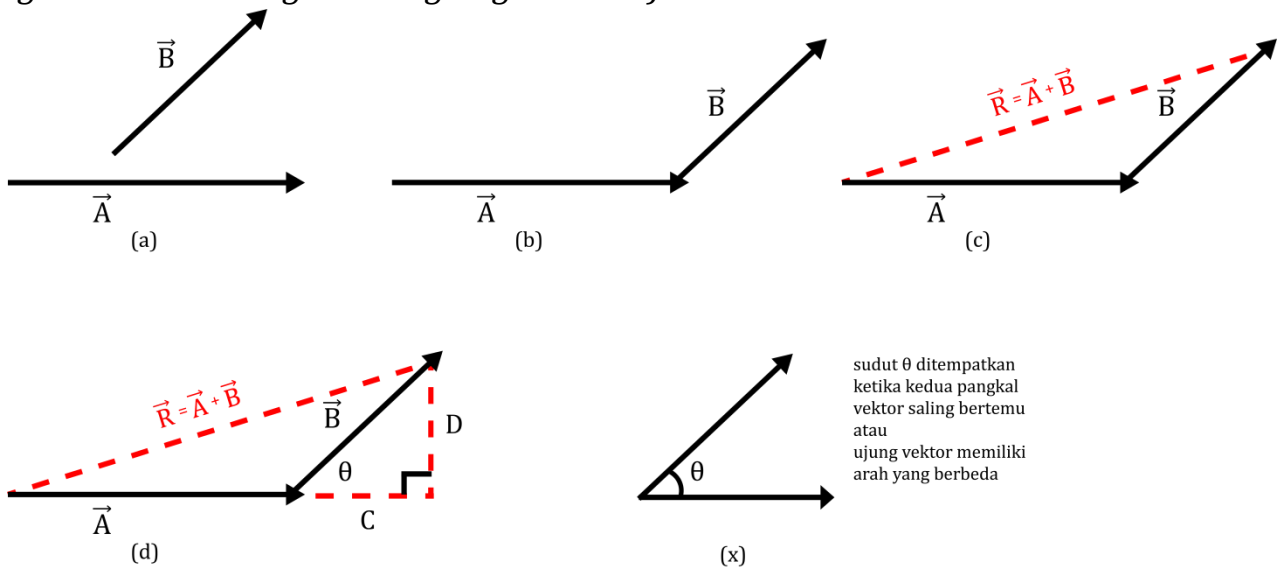
Keterangan:

R : hasil vektor
A : vektor pertama
B : vektor kedua
θ : sudut apit antara kedua vektor

1. Metode Segitiga

   Langkah-langkah menggunakan metode segitiga adalah sebagai berikut:

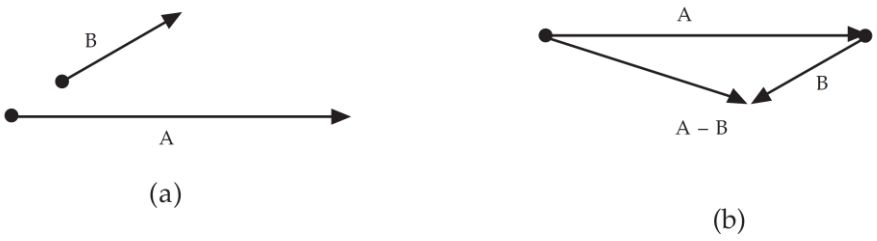
   a. Lukis vektor pertama sesuai dengan nilai dan arahnya (*lihat gambar b*).
   b. Lukis garis bantu antara pangkal A dan ujung B (*lihat gambar C*).
   c. Lukis garis bantu hingga seperti membentuk segitiga siku-siku, lalu tentukan sudut titik θ dimana sudut θ terbentuk ketika dua pangkal vektor yang saling bertemu atau garis vektor A dan vektor B memiliki arah yang berbeda (*lihat gambar x bandingkan dengan gambar d*).



Gambar penjumlahan vektor dengan metode segitiga.

$$R^2 = (A + C)^2 + D^2$$
$$R^2 = (A + B\ \cos\theta)^2 + (B\ \sin\theta)^2$$
$$R^2 = A^2 + B^2\cos^2\theta + 2AB\ \cos\theta + B^2\ \sin^2\theta$$
$$R^2 = A^2 + B^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) + 2AB\ \cos\theta$$
$$R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\ \cos\theta$$
$$\mathbf{R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\ \cos\theta}}$$

Selisih dua buah vektor dapat diketahui dengan cara seperti penjumlahan vektor. Misalnya, selisih dua buah vektor A dan B adalah C, juga dapat dinyatakan C = A – B atau C = A + (-B). Hal ini menunjukan bahwa selisih antara vektor A dan B adalah hasil penjumlahan vektor A dan -B, dengan -B adalah vektor yang berlawanan arah dengan B tetapi nilainya sama dengan B. Perhatikan gambar berikut.

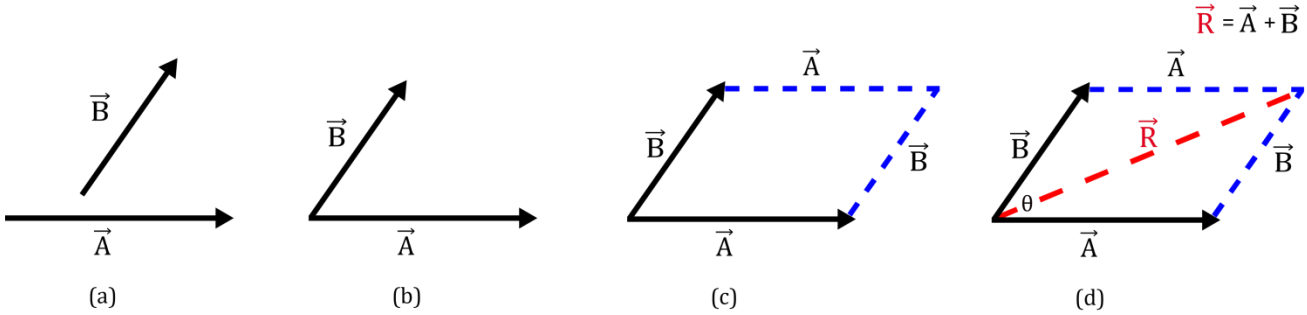


Gambar selisih vektor.

2. Metode Jajargenjang

Langkah-langkah menggunakan metode jajargenjang adalah sebagai berikut:

a. Lukis vektor pertama dan vektor kedua dengan titik pangkal berhimpitan (*lihat gambar b*).
b. Lukis vektor tambahan berupa titik-titik sehingga membentuk sebuah jajargenjang dengan kedua vektor tersebut sebagai sisi-sisinya (*lihat gambar c*).
c. Hasil kedua vektor adalah diagonal jajargenjang yang titik pangkalnya sama dengan titik pangkal kedua vektor. (*lihat gambar d*).



Diketahui :

$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ dan $\vec{R} = \vec{B} + \vec{A}$ maka,

$\vec{R} \cdot \vec{R} = (\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{B} + \vec{A})$

$R \cdot R \cdot \cos 0° = (\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{B} + \vec{A})$

$R^2 = AB \cos\theta + A^2 + B^2 + BA \cos\theta$

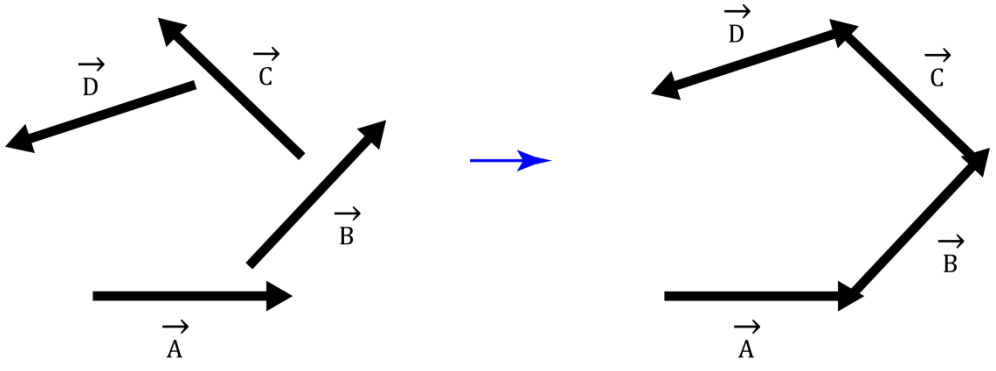
$R^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos\theta$

$\mathbf{R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos\theta}}$

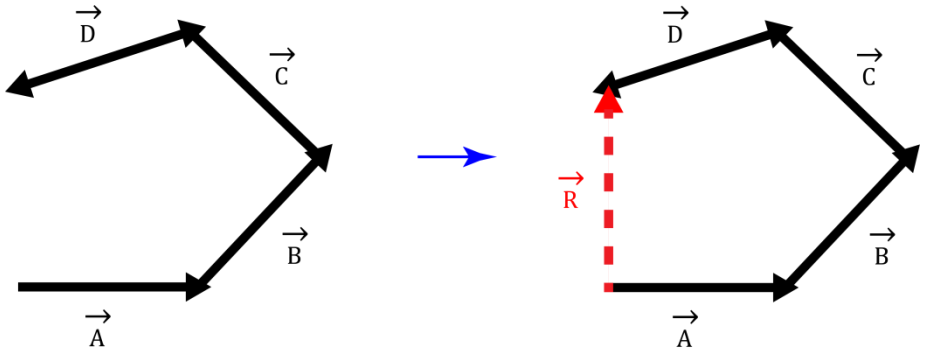
3. Metode poligon

Metode poligon digunakan untuk menjumlahkan vektor yang lebih dari dua. Langkah-langkah menentukan vektor dengan metode poligon adalah sebagai berikut:

a. Sesuai arah dan sudut, Hubungkan ujung vektor A ke pangkal vektor B, ujung vektor B ke pangkal vektor C, dan ujung vektor C ke pangkal vektor D.



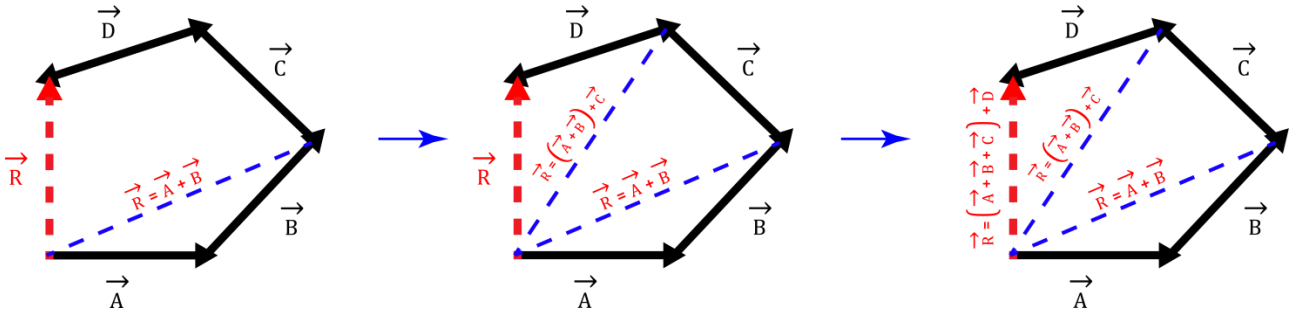
b. Buat vektor pembantu, vektor yang menghubungkan pangkal vektor A menuju ujung vektor D. vektor pembantu inilah yang nantinya akan menjadi vektor hasil.



(a) (b)

c. Buat garis bantu dari pangkal vektor A ke ujung vektor B, pangkal A ke ujung C.

d. Sebagaimana rumusan pada metode segitiga, hitung secara berkala $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$. Setelah diketahui hasilnya, hitung juga $\vec{R} = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}$. Setelah diketahui hasilnya, hitung vektor terakhir $\vec{R} = (\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}) + \vec{D}$.



4. Metode analitis

Metode analitis merupakan metode yang melakukan pencarian hasil berdasarkan perhitungan titik koordinat dari posisi kuadran serta menguraikan tiap vektor menjadi vektor komponennya (vektor yang searah sumbu *x* dan vektor yang searah sumbu *y*). Untuk lebih memahami cara kerja metode analitis, lihat contoh soal berikut.

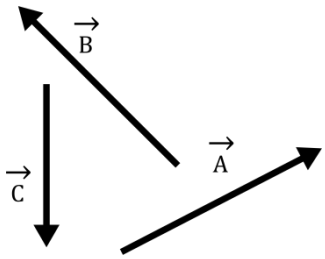
Contoh:

Diketahui tiga buah vektor, masing-masing besarannya 10 N pada arah kuadran I dengan sudut θ 30°, 10 N pada arah kuadran II dengan sudut θ 60° dan 5 N pada sumbu x positif dan sumbu y negatif dengan titik sudut 90°. Berapa hasil vektor dari ketiga vektor tersebut jika dijumlahkan dan berapa besar titik sudut yang dihasilkan.

Jawab:

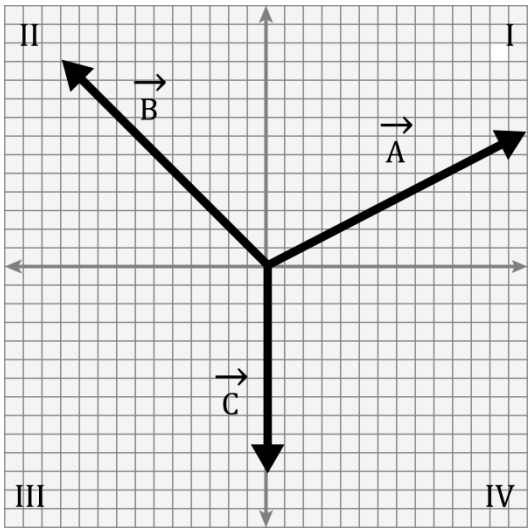
Langkah 1

Diketahui bentuk vektor sebagai berikut.



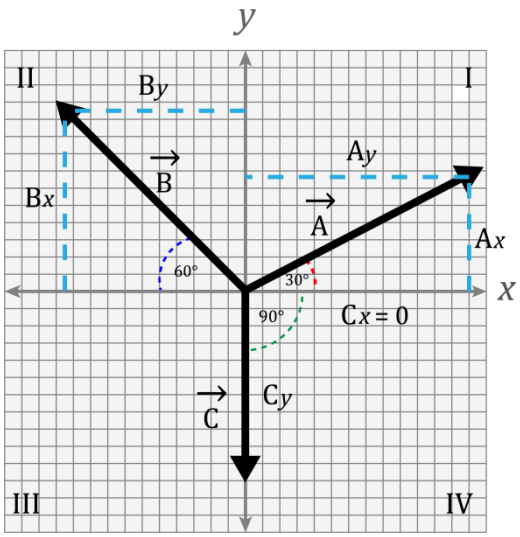
Langkah 2

Tempatkan titik pangkal masing-masing vektor pada diagram koordinat.



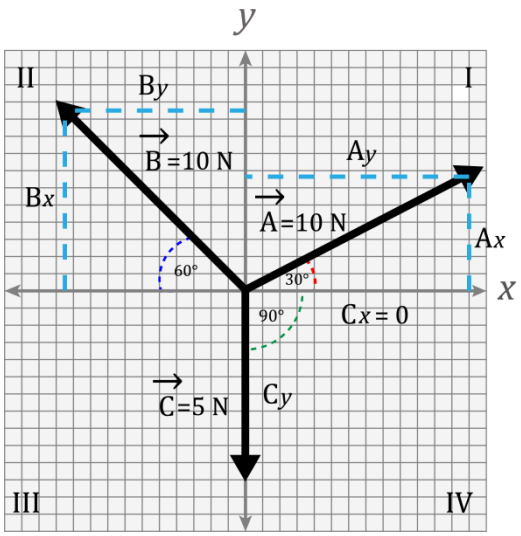
Langkah 3

Cari vektor komponen dari masing-masing vektor.



Langkah 4

Tentukan nilai dari komponen masing-masing vektor $(A_x, A_y, B_x, B_y, C_x, C_y)$.



$$A_{x\,(kuadran\ 1)} = \vec{A}\ \cos\theta = 10 \cdot \cos 30 = 10 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} = 5\sqrt{3}\ N$$

$$A_{y\,(kuadran\ 1)} = \vec{A}\ \sin\theta = 10 \cdot \sin 30 = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5\ N$$

$$B_{x\,(kuadran\ 2)} = \vec{B} \cdot -\cos\theta = 10 \cdot -\cos 60 = 10 \cdot -\frac{1}{2} = -5\ N$$

$$B_{y\,(kuadran\ 2)} = \vec{B}\ \sin\theta = 10 \cdot \sin 60 = 10 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} = 5\sqrt{3}\ N$$

$$C_{x\,(kuadran\ 4)} = \vec{C}\ \cos\theta = 5 \cdot \cos 90 = 5 \cdot 0 = 0\ N$$

$$C_{y\,(kuadran\ 4)} = \vec{C}\ -\sin\theta = 5 \cdot -\sin 90 = 5 \cdot -1 = -5\ N$$

Langkah 5

Jumlahkan masing-masing hasil vektor sumbu x dan sumbu y yang searah.

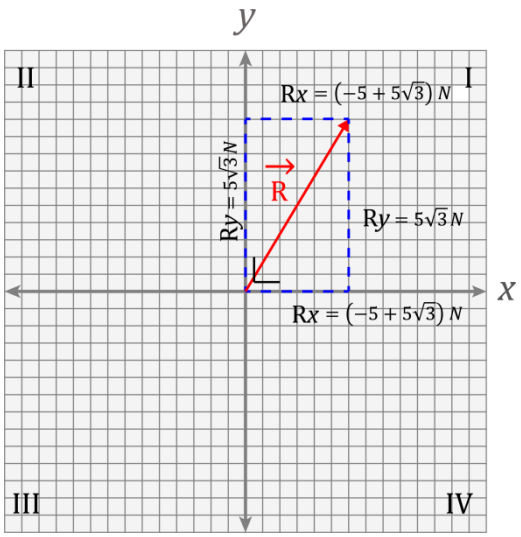
$$\sum R_x = A_x + B_x + C_x = 5\sqrt{3} + (-5) + 0 = \left(-5 + 5\sqrt{3}\right) N$$

$$\sum R_y = A_y + B_y + C_y = 5 + 5\sqrt{3} + (-5) = 5\sqrt{3}\ N$$

Dikarenakan nilai Rx dan Ry sama-sama bernilai positif, maka R merupakan vektor kuadran I.

Langkah 6

Gambarkan titik koordinat dari Rx dan Ry.



Langkah 7

Jumlahkan Rx dan Ry.

$$R = \sqrt{{R_x}^2 + {R_y}^2 + 2R_xR_y \cos\theta}$$

$$R = \sqrt{\left(-5+5\sqrt{3}\right)^2 + \left(5\sqrt{3}\right)^2 + 2\left(-5+5\sqrt{3}\right)\left(5\sqrt{3}\right)\cos 90°}$$

$$R = \sqrt{\left(-5+5\sqrt{3}\right)\cdot\left(-5+5\sqrt{3}\right) + (25\cdot 3) + 2\left(-5+5\sqrt{3}\right)\left(5\sqrt{3}\right)0}$$

$$R = \sqrt{\left(-5+5\sqrt{3}\right)\cdot\left(-5+5\sqrt{3}\right) + 75 + 0}$$

$$R = \sqrt{25 - 25\sqrt{3} - 25\sqrt{3} + (25\cdot 3) + 75}$$

$$R = \sqrt{25 - 50\sqrt{3} + 75 + 75}$$

$$R = \sqrt{175 - 50\sqrt{3}}$$

$$R = 9{,}401 \text{ N}$$

Langkah 8

Menghitung sudut R terhadap sumbu x.

$$\cos\theta = \frac{R_X}{R} = \frac{\left(-5+5\sqrt{3}\right)}{9{,}401} = 0{,}389347308$$

$$\theta = 67{,}1°$$

Langkah 9

Kesimpulan hasil vektor R=9,401 N dan sudut θ=67,1° terhadap sumbu x.